



# МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ

## Силабус

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Другий (магістерський)</i>
Галузь знань	<i>15 Автоматизація та приладобудування</i>
Спеціальність	<i>151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології</i>
Освітня програма	<i>Комп'ютерно-інтегровані системи та технології в приладобудуванні</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>8 кредитів</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен (усний) / МКР, РГР, поточний контроль</i>
Розклад занять	<i>Згідно з розкладом на сайті <a href="http://rozklad.kpi.ua/">http://rozklad.kpi.ua/</a></i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: к.т.н., старший викладач Муравйов Олександр Володимирович, stals98@ukr.net</i> <i>Практичні: к.т.н., старший викладач Муравйов Олександр Володимирович</i>
Розміщення курсу	

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Математичні методи оптимізації» належить до циклу професійної підготовки магістрів та має виключне значення в формуванні світогляду майбутніх фахівців. Курс «Математичні методи оптимізації» має за мету підготовку магістрантів до майбутньої діяльності, що пов'язана із застосуванням сучасних методів оптимізації для вирішення конкретних прикладних задач у галузях автоматизації та приладобудування, а також дати студентам систематизовані знання в області сучасного математичного апарату теорії оптимальних рішень в системах організаційного управління. Метою дисципліни є формування уявлень про основні задачі, математичні методи, моделі та практичні інструменти оптимізації та прийняття рішень.

Знання, які отримують студенти при вивченні дисципліни, можуть використовуватися у подальшому при розрахунках та проектуванні систем і приладів, їх автоматизації, а також під час експлуатації вказаних систем.

**Предмет навчальної дисципліни:** теоретичні основи, методи та засоби оптимізації та прийняття рішень.

**Метою дисципліни «Математичні методи оптимізації» є формування у студентів компетентностей:**

- СК3. Здатність застосовувати методи моделювання та оптимізації для дослідження та підвищення ефективності систем і процесів керування складними технологічними та організаційно-технічними об'єктами.
- СК4. Здатність аналізувати виробничо-технологічні системи і комплекси як об'єкти автоматизації, визначати способи та стратегії їх автоматизації та цифрової трансформації.

Після засвоєння дисципліни студенти мають продемонструвати такі **результати навчання**:

- РН04. Застосовувати сучасні підходи і методи моделювання та оптимізації для дослідження та створення ефективних систем автоматизації складними технологічними та організаційно-технічними об'єктами.
- РН07. Аналізувати виробничо-технічні системи у певній галузі діяльності як об'єкти автоматизації і визначати стратегію їх автоматизації та цифрової трансформації.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Навчальна дисципліна «Математичні методи оптимізації»: 1) базується на знаннях, здобутих студентами при вивченні таких дисциплін: вища математика, програмування; 2) дисципліною забезпечується виконання та захист магістерської дисертації.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

Дисципліна «Математичні методи оптимізації» складається з 5 розділів.

Перелік розділів і тем курсу «Математичні методи оптимізації»:

Розділ 1. Введення. Основні поняття
Тема 1.1. Основні принципи і задачі дослідження операцій.
Тема 1.2. Багатокритеріальна задача.
Розділ 2. Лінійне програмування
Тема 2.1. Постановки задач ЛП і дослідження їхньої структури.
Тема 2.2. Симплекс-метод.
Тема 2.3. Двоїста задача ЛП.
Тема 2.4. Двоїстий симплекс-метод.
Тема 2.5. Дослідження моделей ЛП-задач на чутливість.
Тема 2.6. Постановка та властивості транспортної задачі. Методи знаходження оптимальних рішень.
Розділ 3. Дискретне програмування
Тема 3.1. Метод гілок та меж в задачі ЛЦП.
Тема 3.2. Метод гілок та меж в задачі комівояжера.
Тема 3.3. Метод послідовного аналізу та відсіву варіантів (ПАВ) в задачі ЛЦП.
Розділ 4. Нелінійне програмування
Тема 4.1. Постановка задач нелінійного програмування (НП) і дослідження їхньої структури.

Тема 4.2. Методи знаходження оптимальних рішень задач нелінійного програмування.
Тема 4.3. Задача квадратичного програмування та метод її розв'язання.
Тема 4.4. Задача геометричного програмування без обмежень і метод її розв'язання.
Тема 4.5. Пряма та двоїста задачі ГП. Основна теорема геометричного програмування.
Розділ 5. Динамічне програмування
Тема 5.1. Обчислювальний метод динамічного програмування.
Тема 5.2. Послідовні задачі прийняття рішень.

#### 4. Навчальні матеріали та ресурси

##### Базова

1. Методи дослідження операцій [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В. О. Кузьмініх, О. К. Молодід, Р. А. Тараненко. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,13 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 117 с.
2. Ладогубець, Т. С. Методи оптимізації без використання похідних: практикум з дисципліни «Дослідження операцій» [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів спеціальності 113 «Прикладна математика», спеціалізації «Наука про дані та математичне моделювання» / Т. С. Ладогубець, О. Д. Фіногенов; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,6 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 45 с.

##### Допоміжна

3. Дослідження операцій [Електронний ресурс] : конспект лекцій / НТУУ «КПІ»; уклад. О. І. Лисенко, І. В. Алексєєва. – Електронні текстові дані (1 файл: 4,26 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 196 с.
4. Фартушний, І. Д. Курс дослідження операцій [Електронний ресурс] : навчально-методичний посібник для студентів вищих навчальних закладів / І. Д. Фартушний, М. Г. Охріменко, І. Ю. Дзюбан ; НТУУ «КПІ». – Електронні текстові дані (1 файл: 5,25 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2014. – 213 с.
5. Ладогубець, Т. С. Методи одновимірної оптимізації: практикум з дисципліни «Дослідження операцій» [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів спеціальності 113 «Прикладна математика», спеціалізації «Наука про дані та математичне моделювання» / Т. С. Ладогубець, О. Д. Фіногенов ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,68 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 47 с.
6. Дослідження операцій. Побудова економіко-математичних моделей. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів спеціальності 126 «Інформаційні системи та технології» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: О. Г. Жданова, В. Д. Попенко, М. О. Сперкач. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,81 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 79 с.

**5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

Основні форми навчання – лекції, практичні заняття та самостійна робота студентів.

Лекційний курс розрахований на вивчення теоретичних основ, методів, засобів оптимізації та прийняття рішень для їх подальшого застосування при проектуванні систем і приладів, їх автоматизації, а також під час експлуатації вказаних систем.

<i>Тиждень</i>	<i>Зміст навчальної роботи</i>	<i>Рекомендований час СРС</i>
1	Лекція 1. Вступ [1]. Основні принципи і задачі дослідження операцій.	2
2	Лекція 2. Багатокритеріальна задача [2, 3, 6]. Постановка та властивості задачі багатокритеріальної оптимізації. Парето-оптимальна альтернатива. Знаходження оптимального розв'язку.	2
3	Лекція 3. Постановки задач ЛП і дослідження їхньої структури [3, 4]. Канонічна та розгорнута форма задач ЛП. Множина допустимих розв'язків, поняття про ДБР. Основні теореми ЛП.	3
4	Лекція 4. Симплекс-метод [3, 6]. Теоретичні основи симплекс-метода, форма симплекс-таблиці, алгоритм симплекс-метода. Зв'язок між елементами симплекс-таблиць, ознака оптимальності.	3
5	Лекція 5. Двоїста задача лінійного програмування [2, 3]. Зв'язок між формами запису прямої та двоїстої задач ЛП, основні теореми двоїстості, зведена теорема про зв'язок оптимальних рішень пари двоїстих задач, та зв'язок обмежень прямої задачі з оптимальним розв'язком двоїстої задачі і навпаки.	2
6	Лекція 6. Двоїстий симплекс-метод. [2, 3]. Теоретичні основи двоїстого симплекс-метода. Псевдоплан та його властивості. Алгоритм двоїстого симплекс-метода. Ознаки оптимальності плану та нерозв'язності задачі ЛП. Порівняльний аналіз двоїстого симплекс-метода з прямим симплекс-методом.	3
7	Лекція 7. Дослідження моделей ЛП-задач на чутливість. [2, 4]. Економічна інтерпретація оптимальних значень двоїстих змінних. Дослідження чутливості оптимального розв'язку задач ЛП при варіюванні обмежених ресурсів. Дослідження чутливості при введенні нового способу виробництва.	2
8	Лекція 8. Постановка та властивості транспортної задачі. Методи знаходження оптимальних рішень [2, 3, 6]. Змістовна постановка та математична модель транспортної задачі. Умови розв'язності Т-задачі. Ознака оптимальності плану Т задачі. Відкриті Т-моделі. Опорні плани Т-задачі та методи їх знаходження: метод північно-західного кута та мінімального елемента.	4

9	Лекція 9. Метод гілок та меж в задачі ЛЦП [1, 5]. Загальна схема методу гілок та меж. Основні процедури методу. Ознака оптимальності. Алгоритм методу гілок та меж для задачі ЛЦП. Ознака оптимальності. Приклад застосування.	3
10	Лекція 10. Метод гілок та меж в задачі комівояжера [1, 4]. Постановка задачі комівояжера. Теореми про оптимальний план задачі. Опис алгоритму методу гілок та меж в задачі комівояжера. Ознака оптимальності.	3
11	Лекція 11. Метод послідовного аналізу та відсіву варіантів (ПАВ) в задачі ЛЦП [1, 3, 5]. Загальна схема та основні процедури методу ПАВ. Ознаки оптимальності. Алгоритм методу ПАВ для задач ЛЦП. Процедура відсіву за обмеженнями. Процедура відсіву за критерієм.	3
12	Лекція 12. Постановка задач нелінійного програмування (НП) і дослідження їхньої структури [1, 6]. Теорема про розташування оптимальних розв'язків задачі НП. Визначення опуклої та вгнутої функції. Ознаки опуклості та вогнутості. Алгоритм класичного методу умовної оптимізації. Теорема Куна-Такера та її роль в нелінійному програмуванні (НП).	2
13	Лекція 13. Методи знаходження оптимальних рішень задач нелінійного програмування [5, 6]. Класичний метод пошуку умовного екстремуму. Метод змінної метрики.	2
14	Лекція 14. Задача квадратичного програмування та метод її розв'язання [5, 6]. Форма запису задачі. Умови оптимальності Куна-Такера для задач квадратичного програмування. Метод перебору варіантів.	2
15	Лекція 15. Задача геометричного програмування без обмежень і метод її розв'язання [5, 6]. Загальна характеристика задач ГП. Задача геометричного програмування без обмежень і метод її розв'язання.	4
16	Лекція 16. Пряма та двоїста задачі ГП. Основна теорема геометричного програмування [1, 5, 6]. Пряма та двоїста задачі ГП. Основна теорема геометричного програмування. Критерій оптимальності та розв'язувальні множники.	3
17	Лекція 17. Обчислювальний метод динамічного програмування [2, 3, 6]. Принцип оптимальності Белмана.	3
18	Лекція 18. Послідовні задачі прийняття рішень [5, 6]. Застосування динамічного програмування для оптимізації послідовних процесів прийняття рішень.	2

**Мета проведення практичних занять** – розвиток у студентів самостійності у застосуванні одержаних теоретичних знань на практиці.

На практичних заняттях розглядаються питання розв’язування складних спеціалізованих задач у галузі автоматизації та приладобудування, що передбачає застосування методів оптимізації.

### Перелік тем практичних занять

Розділ 1.	1. Теоретичний метод розв’язання задач лінійного програмування [1]. 2. Дослідження чутливості при варіюванні матриці обмежень задачі у лінійному програмуванні [1, 2]. 3. Алгоритм методу потенціалів. Алгоритм угорського методу [1, 4].
Розділ 2.	1. Процедура розбиття множини на підмножини варіантів та знаходження оцінок в задачі ЛЦП [2, 4]. 2. Алгоритм методу гілок та меж в задачі комівояжера [2, 4].
Розділ 3.	1. Прямі методи пошуку оптимальних рішень задач нелінійного програмування [4]. 2. Метод множників Лагранжа при розв’язанні задач нелінійного програмування [2, 4].
Розділ 4.	1. Алгоритм ЛП для задач квадратичного програмування [4, 6]. 2. Метод розв’язання загальної задачі геометричного програмування [4, 6].
Розділ 5.	1. Обчислювальний метод динамічного програмування [6].

## 6. Самостійна робота студента

У відповідності до робочого навчального плану передбачено 150 годин самостійної роботи студентів, з яких 30 годин - на підготовку до екзамену і 120 годин на підготовку до аудиторних занять, опрацювання матеріалів лекцій, самостійний розв’язок додаткових задач, виконання практичних робіт та ознайомлення із навчальною літературою відповідно до структури дисципліни. Робота направлена на засвоєння та поглиблення вивченого матеріалу та на підготовку до занять та семестрового контролю. Самостійна робота студентів передбачає:

- закріплення знань, отриманих під час вивчення дисципліни;
- здобуття навичок самостійного вивчення матеріалу.

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Основні вимоги для вивчення дисципліни та успішного проходження семестрового контролю:

- **правила відвідування занять:**
  - у режимі очного навчання заняття відбуваються в аудиторії згідно розкладу занять;
  - у режимі дистанційного навчання заняття відбуваються у вигляді онлайн-конференції на платформі Zoom (або будь якій іншій за вимогою студентів), посилання надається старостам груп на початку семестру.
- **правила поведінки на заняттях:**
  - забороняється займатися будь-якою діяльністю, яка прямо не стосується дисципліни;

- дозволяється використання засобів зв'язку лише для пошуку необхідної для виконання завдань інформації в інтернеті;
  - забороняється будь-яким чином зривати проведення занять;
  - поточні запитання за темою заняття необхідно прописувати в чаті конференції, щоб запобігти перериванню викладення матеріалу на середині. У перерві між темами (підтемами) ці питання будуть розглянуті.
- **правила захисту практичних завдань та лабораторних робіт:**
    - захист практичних (лабораторних) робіт проходить під час проведення практичного (лабораторного) заняття, а у випадку дистанційного навчання – за вибором студентів або у режимі онлайн-конференції на платформі Zoom (кожен отримує індивідуальні запитання для усної відповіді) або шляхом заповнення тесту через GoogleForm;
    - у окремих випадках допускається можливість захисту не за розкладом та за домовленістю зі студентами.
  - **правила призначення заохочувальних та штрафних балів:**
    - докладна інформація про штрафні та заохочувальні бали наведена у п.8 «Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання»;
    - максимальна кількість заохочувальних та штрафних балів визначається відповідно до Положення про систему оцінювання результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського, Положення про поточний, календарний та семестровий контроль результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського, а також інших Положень та рекомендацій, які діють в КПІ ім. Ігоря Сікорського.
  - **політика дедлайнів та перескладань:**
    - перескладання будь-яких контрольних заходів передбачено тільки за наявності документально підтверджених вагомих причин відсутності на занятті;
    - захист практичних робіт вважається вчасним, якщо він відбувається у межах трьох занять після проведення практичної роботи;
    - перескладань для підвищення балів не передбачено.
  - **політика округлення рейтингових балів:**
    - округлення рейтингового балу відбувається до цілого числа за правилами округлення.
  - **політика оцінювання контрольних заходів:**
    - оцінювання контрольних заходів відбувається відповідно до Положення про систему оцінювання результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського, Положення про поточний, календарний та семестровий контроль результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського, а також інших Положень та рекомендацій, які діють в КПІ ім. Ігоря Сікорського;
    - нижня межа позитивного оцінювання кожного контрольного заходу має бути не менше 60% від балів, визначених для цього контрольного заходу;
    - негативний результат оцінюється в 0 балів.

#### **Академічна доброчесність**

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського. Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

#### **Норми етичної поведінки**

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського. Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

#### **Оскарження результатів контрольних заходів**

У випадку незгоди із результатами контрольних заходів студенти можуть виконувати і/або захищати їх у присутності комісії, яка формується із викладачів кафедри АСНК.

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

**Рейтинг студента** з дисципліни розраховується зі 100 балів, з них 50 балів складає стартова шкала.

Стартовий рейтинг (протягом семестру) складається з балів, що студент отримує за:

1. три контрольні роботи (30 балів);
2. модульну контрольну роботу (10 балів);
3. розрахунково-графічну роботу (10 балів).

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом:

Семестр	Всього		Розподіл навчального часу за видами занять				Семестрова атестація
	Кредитів	Годин	Лекції	Лабораторні роботи	Практичні / семінарські	Самостійна робота	екзамен
3	8	240	36		54	150	

### *Система рейтингових балів*

**1) Контрольні роботи** (три роботи по 10 балів кожна). Дві контрольні роботи мають теоретичний характер, а третя – практичний. Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює  $3 \times 10 = 30$  балів.

Критерії оцінювання контрольних робіт:

- a. творче розкриття завдання (не менше 90% потрібної інформації) – 9-10 балів;
- b. глибоке розкриття завдання (не менше 75% потрібної інформації), незначні неточності або неповні відповіді – 7-8 балів;
- c. достатнє розкриття завдання (не менше 60% потрібної інформації) або часткова наявність помилкової інформації – 6 балів;
- d. відповідь не розкриває завдання або містить помилкову інформацію – 0 балів.

### **2) Модульна контрольна робота**

Ваговий бал – 10. Проводиться в якості письмової роботи.

Критерії оцінювання МКР:

- a. творче розкриття завдання (не менше 90% потрібної інформації) – 9-10 балів;
- b. глибоке розкриття завдання (не менше 75% потрібної інформації), незначні неточності або неповні відповіді – 7-8 балів;
- c. достатнє розкриття завдання (не менше 60% потрібної інформації) або часткова наявність помилкової інформації – 6 балів;
- d. відповідь не розкриває завдання або містить помилкову інформацію – 0 балів.

### **3) Розрахунково-графічна робота**

Ваговий бал – 10. Проводиться в якості письмової роботи.

Критерії оцінювання МКР:

- a. творче розкриття завдання (не менше 90% потрібної інформації) – 9-10 балів;
- b. глибоке розкриття завдання (не менше 75% потрібної інформації), незначні неточності або неповні відповіді – 7-8 балів;
- c. достатнє розкриття завдання (не менше 60% потрібної інформації) або часткова наявність помилкової інформації – 6 балів;
- d. відповідь не розкриває завдання або містить помилкову інформацію – 0 балів.

Максимальна сума рейтингових балів студента за семестр становить 50 балів. Додаткові заохочувальні бали: за активність на лекційних заняттях надається від 1 до 5 заохочувальних балів.



## Розрахунок шкали (R) рейтингу

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:  $R = 50$  балів.

### Умови допуску до екзамену

Необхідною умовою допуску до екзамену є зарахування всіх контрольних робіт, а також рейтинговий бал  $RD$  не менше 40 % від  $R$ , тобто 20 балів.

### Критерії екзаменаційного оцінювання:

На екзамені студенти отримують індивідуальні завдання. Кожне завдання містить два теоретичних питання і одне практичне. Кожне теоретичне питання оцінюється у 20 балів, а практичне – 10 балів, тобто сумарна екзаменаційна складова  $r_E$  дорівнює 50 балам.

Система оцінювання теоретичних питань:

- «відмінно», повна відповідь, студент демонструє додаткові знання та загальну обізнаність (не менше 90% потрібної інформації) – 15-20 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь, незначні неточності, студент володіє знаннями по даному питанню (не менше 75% потрібної інформації, або незначні неточності) – 9-14 балів;
- «задовільно», неповна відповідь, суттєві неточності, студент володіє тільки частиною знань з даного питання (не менше 60% потрібної інформації та деякі помилки) – 1-8 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь або взагалі відсутня, рівень знань, продемонстрований студентом, низький – 0 балів.

Система оцінювання практичного запитання:

- «відмінно», повне безпомилкове розв'язування завдання – 9-10 балів;
- «добре», повне розв'язування завдання з несуттєвими неточностями – 7-8 балів;
- «задовільно», завдання виконане з певними недоліками – 5-6 балів;
- «незадовільно», завдання не виконано – 0 балів.

Сума стартових балів і балів за екзаменаційну роботу переводиться до залікової оцінки згідно з таблицею:

Бали $R = r_c + r_e$	ECTS-оцінка	Екзаменаційна оцінка
95-100	A	Відмінно
85-94	B	Дуже добре
75-84	C	Добре
65-74	D	Задовільно
60-64	E	Достатньо
Менше 60	Fx	Незадовільно
$r_c < 25$	F	Не допущено

## 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

У рамках опанування дисципліни «Математичні методи оптимізації» допускається можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою (за попереднім узгодженням з викладачем).

### Силабус:

Складено старший викладач кафедри АСНК, к.т.н., Муравйов Олександр Володимирович

Ухвалено кафедрою АСНК (протокол № 23 від 07.07.2022 р.)

Погоджено Методичною комісією ПФФ (протокол № 7/22 від 07.07.2022 р.)