



Вища математика - 2. Диференційне числення

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

<u>Реквізити навчальної дисципліни</u>	
Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	15 Автоматизація та приладобудування
Спеціальність	151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології
Освітня програма	Комп'ютерно-інтегровані системи та технології в приладобудуванні
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Заочна
Рік підготовки, семестр	I курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	<i>6 кредитів/180 годин</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен, ДКР</i>
Розклад занять	На сайті університету: rozklad.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: к. ф.-м. н., доцент, Кузьма Олександр Всеволодович, olekuz6@gmail.com , <i>моб.:</i> +38 (050) -724-97-33 (меседжери Телеграм, Вайбер, Zoom...,) Практичні: к. ф.-м. н., доцент, Кузьма Олександр Всеволодович, ті ж контакти
Розміщення курсу	Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці, Електр. кампус КПІ ім. І. Сікорського

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання

Метою навчальної дисципліни «**Вища математика - 2. Диференційне числення**» є формування у студентів заочного відділення інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, на основі логічних математичних підходів, таких як індукція, доведення від супротивного, методики аналізу та синтезу, здатності використовувати математичні теоретичні знання та побудові для розв'язування практичних задач. А також формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту і здібностей розв'язувати спеціалізовані задачі, досліджувати проблеми у майбутній професійній діяльності у сфері новітніх технологій, використовувати методи математичного аналізу, диференціального числення функцій кількох змінних, інтегрального числення, розв'язування диференціальних рівнянь та підходів до застосування цих тем у інженерних розрахунках.

Мета курсу також є формулювання у студентів знань, вмінь і навичок, необхідних для засвоєння професійно орієнтованих дисциплін та надання необхідної базової математичної підготовки для дослідження спеціалізованих проблем приладобудування, математичного моделювання при розробленні, вдосконаленні та експлуатації існуючих систем автоматизації з застосуванням сучасних програмно-технічних засобів та інформаційних технологій, опанування математичними теоретичними основами досліджень об'єктів автоматизації та інше.

Викладання саме цього модуля курсу математики також передбачає:

- розвиток логічного і алгоритмічного мислення;
- оволодіння основними методами дослідження та розв'язання математичних задач інтегрального числення та диференціальних рівнянь;
- оволодіння підходами до обчислювальних методів математики;
- вміння самостійно застосовувати математичні знання та проводити математичний аналіз прикладних інженерних задач.

– вміння надалі самостійно, що важливо для студентів=заочників, використовувати джерела та підручники з математичних дисциплін, із якими познайомились під час модуля, та шукати нові інформаційні ресурси по темам.

У результаті опанування кредитного модуля студенти повинні оволодіти методами диференціального числення функцій багатьох змінних, зокрема, при дослідженні характеристик скалярних та векторних полів, навчитися вільно володіти методами інтегрального числення однієї змінної, опанувати основні підходи до інтегрування невизначених, визначених та невластних інтегралів.

Крім того, студенти повинні навчитися складати та розв'язувати основні типи звичайних диференціальних рівнянь та їх систем, ознайомитися з поняттями загальних, частинних розв'язків, задачі Коші, вронскіана, характеристичних рівнянь та іншими базовими поняттями розділу. Завдання вивчення дисципліни є формування компетентностей (ЗК– загальних, ФК – фахових (спеціальних, предметних)):

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК01. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях

ЗК04. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій

Фахові компетентності (ФК)

ФК 1. Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації.

ФК 3. Здатність виконувати аналіз об'єктів автоматизації на основі знань про процеси, що в них відбуваються та застосовувати методи теорії автоматичного керування для дослідження, аналізу та синтезу систем автоматичного керування.

ФК 4. Здатність застосовувати методи системного аналізу, математичного моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій

Програмні результати навчання (згідно з матрицею забезпечення програмних результатів навчання відповідними компонентами освітньої програми).

ПРН 1. Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію функції комплексної змінної, теорію ймовірностей та математичну статистику, теорію випадкових процесів в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації..

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Викладається в 2-му семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти, знань, отриманих при вивченні дисципліни «Вища математика 1. Аналітична геометрія та лінійна алгебра». Методи та методики, розглянуті при вивченні модуля використовуються у наступних курсах природничого та інженерного спрямування, де застосовуються підходи математичного моделювання. Наприклад, інтегральне числення функції однієї змінної та розв'язування диференціальних рівнянь використовуються у дисциплінах «Фізика», «Хімія», «Обчислювальна техніка та програмування», у «Спеціальних питаннях вищої математики», у «Теорії електричних систем і кіл», дисципліні «Комп'ютерне моделювання в інформаційно-вимірjuвальній техніці» та в інших.

Також матеріали курсу є базовими для наступного модуля «Вища математика 3. Математичний аналіз».

3. Зміст навчальної дисципліни

Тема 1. Функції багатьох змінних (ФБЗ).

Диференціальне числення ФБЗ, частинні похідні. Екстремуми. Елементи теорії поля, оператор градієнт, похідна за напрямком від ФБЗ, фізичний зміст. Скалярне поле. Векторне поле.

Тема 2. Інтегральне числення функції змінних.

Первісна функції Невизначений інтеграл (НІ), загальні властивості. Заміна змінної, таблиця інтегралів. Інтегрування частинами.

Дробово – раціональні функції (ДРФ), найпростіші дроби. Розкладання інтегрування ДРФ. Деякі властивості многочленів у множині комплексних чисел.

Інтегрування тригонометричних функцій, деяких ірраціональних функцій, диференційний біном, теорема Чебишева.

Визначений інтеграл. (\int). Означення \int , умови існування, основні властивості, теореми про оцінку та середнє значення. Методи інтегрування. Невласні інтеграли 1 – го та 2 – го родів, ознаки збіжності. Інтеграл, що залежить від параметра, диференціювання по параметру. Гамма функція та її властивості..

Застосування визначених, невластних інтегралів. Площа, довжина дуги, об'єм, маса, статичні моменти, координат центра мас, момент інерції.

Тема 3. Звичайні диференціальні рівняння та системи диференціальних рівнянь

Звичайні диференціальні рівняння (ЗДР): означення, порядок, розв'язки. ЗДР 1 – го порядку, загальний та частинний розв'язки, методи розв'язування задачі Коші, теорема про єдиність її розв'язку.

ЗДР з відокремлюваними змінними, інші рівняння й порядку, які допускають розв'язування.

Лінійні диференціальні рівняння (ДР) 1 – го порядку. Методи Бернуллі, варіації довільної сталої. Рівняння Бернуллі.

ДР вищих порядків, загальний та частинний розв'язки, загальна теорія. ДР, що дозволяють зниження порядку

Лінійні ДР n – го порядку, однорідні (ЛОДР), неоднорідні (ЛНДР). Властивості, лінійна незалежність розв'язків. Вронскіан. Теорема про загальний розв'язок ОЛДР. Характеристичне рівняння для ЛОДР 2 – го порядку.

Неоднорідні ЛДР 2 – го порядку, частинні та загальний розв'язки. Метод варіації довільних сталих. Системи ДР з n невідомими, нормальна система, порядок. Зведення СЛДР до одного диференціального рівняння n – го порядку. Нормальна СЛДР у матричній формі. Загальні розв'язки однорідних та неоднорідних систем. Характеристичні рівняння.

Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Дубовик В. П. Вища математика / В. П. Дубовик, І. І. Юрик – К.: Вища шк., 2013. – 648 с.
2. Кузьма О. В., Яцюк В. Т. Кратні, криволінійні, поверхневі інтегралі. Основи теорії поля: навчально-методичний посібник / О. В. Кузьма, В. Т. Яцюк – К.: НТУУ “КПІ”, 2016. – 113 с. /Електронне видання, затверджене Радою ФМФ 24.06.16, протокол № 6. – Електронний ресурс, об'єм файла 1,20 Мб; доступ: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/16675>.
3. Кузьма О. В., Яцюк В. Т. Застосування деяких спеціальних функцій при викладанні курсу вищої математики/Альманах науки. - 2019, № 27 (6) - С. 23-29.
4. Методичні вказівки до організації самостійної роботи з теми «Невластні інтегралі. Гама- і бета-функції»/ уклад. Т. Н. Бартновська, О. В. Кузьма, В. І. Стогній, О. В. Шпакович. – К.: КПІ, 1992. – 40 с.
5. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.

Додаткова література

6. Завдання з вищої математики для рахункових робіт та МКР для студентів 1 курсів технічних спеціальностей/О. В. Кузьма [та ін.] – Мін-во освіти і науки України, НТУУ "КПІ". – К.: НТУУ«КПІ», ПП Омега, 2007. – 56 с.
7. Методичні вказівки і завдання до лабораторних робіт з курсу вищої математики з використанням ПЕОМ для студентів усіх спеціальностей / Укл. О.В.Кузьма, А.О.Тутаков. - К.: КПІ, 1992. - 56 с.
8. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз: приклади і задачі: навч. посіб. / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 240 с.
9. Строгац С. Екскурсія математикою. – К., Наш формат, 2019. – 256 с.
10. Оклі Б. Навчитися вчитися. . – К., Наш формат, 2019. – 278 с.

Перелік лекцій

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

На лекційних заняттях – Лекція (електронний варіант, Zoom), пояснення, проблемні завдання, питання.

Перелік лекцій

Лекція 1. Поняття про функції багатьох змінних (ФБЗ). Границя ФБЗ.

Неперервність та диференційованість ФБЗ. Властивості неперервних функцій.

Частинні похідні. Повний диференціал. Похідна функції, що задана неявно. Частинні похідні та диференціали вищих порядків.

Похідна ФБЗ за напрямком, градієнт. Поверхні рівня. Необхідні та достатні умови екстремумів.

Умовні екстремуми. Властивості НІ, достатня умова існування. Заміна змінної, інваріантність НІ, внесення похідної під знак диференціала. Таблиця інтегралів. Інтегрування частинами.

Лекція 2. Дробово – раціональні функції. Правильні та неправильні дробово-раціональні функції, виділення цілої частини. Найпростіші дроби, інтегрування. Розклад правильного дроби на суму найпростіших.

Інтегрування тригонометричних функцій.

Частинні випадки. Універсальна тригонометрична підстановка.

Інтегрування деяких класів ірраціональних функцій, що містять під знаком кореня лінійну або дробово – лінійну функції. Інтегрування диференційних біномів.

Інтегрування ірраціональних функцій, що містять під знаком кореня квадратичну функцію, підстановка Ейлера, тригонометричні підстановки.

Визначений інтеграл (ВІ). Площа криволінійної трапеції, знаходження довжини шляху матеріальної точки за відомою швидкістю. Означення ВІ, необхідні та достатні умови існування ВІ, властивості.

Теореми про обмеженість та середнє значення, геометричний зміст ВІ. Інтеграл зі змінною верхньою межею, формула Ньютона – Лейбниця.

Лекція 3. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування парних та непарних функцій по симетричному проміжку. Формула інтегрування частинами ВІ. Задачі на застосування ВІ.

Невласні інтеграли 1 – го роду, властивості.

Абсолютна та умовна збіжність.

Основні ознаки збіжності. Невласні інтеграли 2 – го роду, властивості, збіжність у головному значенні, ознаки збіжності.

Гамма функція та її властивості.

Геометричні та механічні застосування інтегралів.

Площа площинної фігури, довжина дуги лінії.

Об’єми тіл обертання та об’єми за формулою перерізів.

Знаходження маси, статичних моментів, координат центра мас, моментів інерції однорідної плоскої пластини, дуг матеріальної лінії

Звичайні диференціальні рівняння (ЗДР): означення, порядок, розв’язки. ЗДР 1 – го порядку, загальний та частинний розв’язки. Розв’язок задачі Коші, теорема про єдиність розв’язку.

ЗДР з відокремлюваними змінними, однорідні за змінними.

Лекція 4.

Лінійні диференціальні рівняння (ЛДР) 1 – го порядку, однорідні, неоднорідні. Методи Бернуллі, варіації довільної сталої. Рівняння Бернуллі.

ДР у повних диференціалах, інтегруючий множник та його існування.

ДР вищих порядків, загальний та частинний розв’язки. Розв’язок задачі Коші, теорема про існування та єдиність розв’язку. ДР, що дозволяють зниження порядку

$$y^{(n)}(x) = f(x), F(x, y^{(m)}, y^{(m+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0, F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0.$$

Лінійні ДР n – го порядку, однорідні (ЛОДР), неоднорідні (НДР). Властивості розв'язків ОЛДР, лінійна незалежність розв'язків. Вронскіан, властивості. Теорема про загальний розв'язок ОЛДР. Характеристичне рівняння. ОЛДР 2 – го порядку.

Неоднорідні ЛДР 2 – го порядку, частинні та загальний розв'язки. ЛНДР зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Випадок, коли права частина є сумою кількох функцій спеціального вигляду. Поняття резонансу.

ЛНДР n – го порядку. Теореми про загальні розв'язки. Метод варіації довільних сталих.

Поняття про системи ДР з n невідомими, нормальна система, порядок.

Зведення СЛДР до одного диференціального рівняння n – го порядку.

Нормальна СЛДР, загальні розв'язки однорідних та неоднорідних систем, характеристичні рівняння.

- Завдання для СРС по темам – опанувати матеріал лекцій з використанням вказаної літератури.
- Пояснення: завдання до виконання на практичних заняттях (задачі) вибираються згідно до вказаного списку основної літератури.

Перелік практичних занять.

Практичне заняття 1. Функції багатьох змінних (ФБЗ). Лінії та поверхні рівня.

Границя та неперервність ФБЗ.

Частинні похідні ФБЗ, повний диференціал.

Частинні похідні та диференціали вищих порядків ФБЗ; похідні функції, що задана неявно. Похідна ФБЗ за напрямком.

Градiєнт ФБЗ. П.4. Екстремуми функції двох змінних.

Практичне заняття 2. Обчислення невизначених інтегралів. Внесення похідної під знак диференціала. Найпростіші методи інтегрування, заміна, інтегрування частинами, розкладання раціональних функцій.

Інтегрування дробово-раціональних функцій.

Інтегрування тригонометричних функцій, деяких класів ірраціональних функцій. Диференціальний біном. Інтегрування різних функцій. Обчислення визначених інтегралів. Інтегрування частинами.

Заміна змінної у визначеному інтегралі. Деякі складніші випадки. Застосування. Обчислення та дослідження на збіжність невластивих інтегралів першого та другого родів.

Підготовка до домашньої контрольної роботи (ДКР, частина 1) за темами 1, 2.

Практичне заняття 3. Обчислення площі, довжини дуги.

Обчислення об'єму та площі поверхні тіла. Механічні застосування визначених інтегралів.

Диференціальні рівняння (Д.Р.) першого порядку з відокремлюваними змінними та однорідні віжносно змінних.

Лінійні Д.Р. першого порядку, метод Бернуллі та варіації

довільної сталої. Рівняння Бернуллі. Д.Р. у повних диференціалах.

ДР вищих порядків, що допускають його зниження.

Практичне заняття 4. ЛНДР другого порядку із сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. ЛНДР другого порядку із сталими коефіцієнтами, метод варіації довільних сталих. Системи лінійних др першого порядку із сталими коефіцієнтами методами виключення змінних та за допомогою власних чисел та векторів. Методи розв'язування систем лінійних (закінч.).

Підготовка до домашньої контрольної роботи (ДКР, частина 2) за темою 3.

6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу з використанням вказаної літератури, підготовка до аудиторних занять, розв'язок задач, виконання домашньої контрольної роботи,

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Кодекс честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3) встановлює загальні моральні принципи та правила етичної поведінки студентів, що навчаються в університеті, якими вони мають керуватись у своїй діяльності. *Норми етичної поведінки.* Всі учасники освітнього процесу в університеті повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, нормативних документів Університету, загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності; підвищувати престиж університету досягненнями в навчанні та науково-дослідницькій діяльності; дбайливо ставитися до університетського майна.

Академічна доброчесність. Роботи студентів повинні бути їх власними розв'язуваннями, доведенням, оригінальними дослідженнями. При використанні чужих ідей і тверджень у власних роботах обов'язково посилання на використані джерела інформації. Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються недозволеними засобами, самостійно виконують навчальні завдання, завдання поточного та підсумкового контролю результатів навчання. Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але отримані відповіді кожен студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час екзамену категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності

Відвідування занять (деякі особливості у період військового стану). Студенти відвідують усі (при можливості) практичні заняття курсу, не зважаючи, яку форму мають заняття, очну, дистанційну. Також бажано відвідування лекцій, консультацій. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття (до або після, пояснивши відсутність та з'ясувавши питання відпрацювання). Наприклад, у випадку планового чи аварійного відключення електрики, повітряної тривоги (ПТ)... Викладач повинен дотримуватися умов безпеки при ПТ, спонукати до цього слухачів.

Студенти дотримуються термінів виконання усіх видів робіт, передбачених робочою програмою курсу (з урахуванням форс-мажорних факторів, частково перерахованих вище). За активність на практичних заняттях призначаються заохочувальні бали.

Поведінка в аудиторіях університету. Впродовж практичних занять студенти дотримуються діючих правил охорони праці, безпеки життєдіяльності (враховуючи *особливості у період військового стану*).

Перескладання екзамену відбувається у встановлений деканатом термін.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання домашніх контрольних робіт (ДКР).

Семестровий контроль: екзамен.

Умови допуску до семестрового контролю: зарахування ДКР, семестровий рейтинг не менше 36 балів.

Поточний контроль (максимальна оцінка стартових рейтингових балів – 50):

- опитування на практичних заняттях;
- виконання та захист індивідуальних домашніх контрольних робіт (ДКР. Частина 1; ДКР. Частина 2) за темами «Інтегральне числення», «Звичайні диференціальні рівняння».

Таблиця відповідності рейтингових балів видам поточного контролю.

<i>Вид поточного контролю</i>	<i>Максимально можлива кількість балів</i>
Захист ДКР 1, 2	4 балів

ДКР1	25 балів
ДРК2	21 балів

Семестровий контроль: екзамен (максимальна оцінка – 50 балів).

Екзаменаційна робота складається з двох теоретичних питань та трьох практичних завдань. Кількість балів, які студент може отримати за висвітлення теоретичного питання або розв'язання практичного завдання:

– якщо дано повну відповідь на теоретичне питання або правильно розв'язане практичне завдання – 10 балів;

– якщо у відповіді на теоретичне питання або при розв'язуванні практичного завдання допущені неprincipові помилки – 7-9 балів;

– якщо дано неповну відповідь на теоретичне питання або при розв'язуванні практичного завдання допущені помилки – 1-6 бали;

– якщо не дано відповідь на теоретичне питання або не виконано практичне завдання – 0 балів.

Рейтинг студента із засвоєння кредитного модуля визначається за 100-бальною шкалою (50 + 50) та складається з балів, які студент отримує за всі види робіт поточного контролю та балів, отриманих при складанні екзамену.

У особливі періоди навчання за рішенням кафедри можуть застосовуватися альтернативні форми семестрового контролю. Наприклад, **перерахунок стартових балів** $R_{\text{старт}}$ у $R_{\text{рейт}}$ за нижче приведеною формулою (1), при множенні на коефіцієнт $k=20/7$ та виконанні інших дій:

$$R_{\text{рейт}} = k * (R_{\text{старт}} - 15) \quad (1)$$

При цьому 36 балів (за згодою студента) може перераховуватися у оцінку «Достатньо» (60 рейтингових балів $R_{\text{рейт}}$), а 50 стартових – у оцінку «Відмінно» (100 рейтингових балів). Проміжні між ними значення з таблиці відповідності рейтингових балів також знаходяться за формулою (1).

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за модульну контрольну роботу, за індивідуальні домашні завдання, розрахункову роботу (тобто, вони зараховані). Семестровий стартовий рейтинг $R_{\text{старт}}$ складає не менше 36 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Перелік питань, які виносяться на семестровий контроль

1. Основні поняття для ФБЗ. Графічне зображення функції 2-х змінних. Основні поверхні другого порядку.
2. Частинні похідні першого та вищих порядків, мішані похідні. Частинні прирости функції, повний приріст. Повний диференціал.
3. Лінії рівня. Градієнт. Еквіпотенціальні поверхні для функції трьох змінних та зв'язок із відповідним градієнтом, нормаль до поверхні. Похідна за напрямком.

4. Умови існування екстремуму функції двох змінних по першим та другим похідним.
5. Найбільші та найменші значення ФБЗ в області.
6. Первісна функції, основні властивості первісних.
7. Невизначений інтеграл, достатня умова існування, загальні властивості. Заміна змінної, внесення похідної під знак диференціала.
8. Таблиця інтегралів. Інтегрування частинами. Інтегрування функцій, що містять квадратний тричлен.
9. Дробово – раціональні функції, правильні та неправильні . Найпростіші дроби, інтегрування. Розклад правильного дроби на суму найпростіших.
10. Деякі властивості многочленів у множині комплексних чисел. Комплексні числа – форми, графічне представлення.
11. Дії над комплексними числами. Формули Муавра, Ейлера, корінь (радикал).
12. Інтегрування тригонометричних функцій. Універсальна підстановка.
13. Інтегрування деяких класів ірраціональних функцій, що містять під знаком кореня лінійну або дробово – лінійну функції.
14. Інтегрування диференційних біномів. Теорема Чебишева.
15. Інтегрування ірраціональних функцій, що містять під знаком кореня квадратичну функцію, підстановка Ейлера, тригонометричні підстановки.
16. Визначений інтеграл (ВІ). Площа криволінійної трапеції. Означення, необхідні та достатні умови існування ВІ.
17. Основні властивості ВІ, обмеженість та середнє значення визначеного інтеграла, геометричний зміст.
18. ВІ зі змінною межею, основна теорема інтегрального числення (про диференціювання по верхній межі). Достатня умова існування первісної, формула Ньютона – Лейбница.
19. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування парних та непарних функцій по симетричному проміжку. Формула інтегрування за частинами для ВІ.
20. Інтеграл, що залежать від параметра, диференціювання по параметру. Поняття гамма-,бета функції.
21. Невласні інтегралі 1 – го та 2 – го родів, ознаки збіжності.
22. Збіжність невластних інтегралів 1 – го та 2 – го родів від $1/x^p$. Використання для ознак порівняння.
23. Геометричні та механічні застосування інтегралів. Площа фігури, довжина дуги лінії. Об'єми тіл обертання, за формулою перерізів. Знаходження маси, моментів, координат центра мас.
24. Звичайні диференціальні рівняння (ЗДР): означення, типи. ЗДР 1 – го пор., загальний та частинний розв'язки. Задача Коші, єдність розв'язку. ДР з відокремлюваними змінними, однорідні за змінними.
25. Лінійні ДР 1 – го порядку, однорідні, неоднорідні. Методи Бернуллі, варіації довільної сталої. Рівняння Бернуллі. ДР у повних диференціалах, інтегруючий множник та його існування.
26. ДР вищих порядків, загальний та частинний розв'язки. Розв'язок задачі Коші, теорема про існування та єдність розв'язку. ДР, що дозволяють зниження порядку

$$y^{(n)}(x) = f(x), F(x, y^{(m)}, y^{(m+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0, F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0.$$
27. Лінійні ДР n – го порядку, однорідні (ЛОДР), неоднорідні (ЛНДР). Властивості розв'язків ЛОДР, лінійна незалежність розв'язків. Вронскіан, властивості.
28. Теорема про загальний розв'язок ЛОДР . Характеристичне рівняння.
29. ЛОДР 2 – го порядку
30. Неоднорідні ЛДР 2 – го порядку, частинні та загальний розв'язки. Метод варіації. ЛНДР 2 – го порядку зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною.
31. ЛНДР n – го порядку.
32. Системи ДР з n невідомими, нормальна система, порядок. Зведення СЛДР до одного диференціального рівняння n – го порядку.
33. Нормальна СЛДР у матричній формі. Загальні розв'язки однорідних та неоднорідних систем.
34. Вронскіан для системи. Характеристичні рівняння.
35. Поняття про розв'язування ситем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами за допомогою власних векторів та власних чисел, їх знаходження.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено

доцентом кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук Кузьмою Олександром Всеволодовичем.

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 9 від 07.07. 2022р.)

Погоджено Методичною комісією ПБФ (протокол № 7/22 від 07.07.2022р.)

