



## Вища математика 3. Математичний аналіз

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	15 Автоматизація та приладобудування
Спеціальність	151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології
Освітня програма	Комп'ютерно-інтегровані системи та технології в приладобудуванні
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Заочна
Рік підготовки, семестр	II курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	<i>180 годин/6 кредитів</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен, ДКР</i>
Розклад занять	На сайті університету: rozklad.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: к. ф.-м. н., доцент, Кузьма Олександр Всеволодович, <a href="mailto:olekuz6@gmail.com">olekuz6@gmail.com</a> , моб. +38 (050) -724-97-33 Практичні: к. ф.-м. н., доцент, Кузьма Олександр Всеволодович, <a href="http://intellect.kmf.kpi.ua/profile/kov209">http://intellect.kmf.kpi.ua/profile/kov209</a>
Розміщення курсу	Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці, Електр. кампус КПІ ім. І. Сікорського

#### Програма навчальної дисципліни

##### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни «Вища математика 3. Математичний аналіз» є формування у студентів заочної форми навчання інтегральної компетентності — здатності до самостійного логічного мислення, на основі логічних математичних підходів, таких як індукція, доведення від супротивного, методики аналізу та синтезу. А також формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту і здібностей, здатності розв'язувати складні спеціалізовані, практичні задачі, проблеми у майбутній професійній діяльності у новітніх технологіях, використовувати методи математичного аналізу, елементи теорії поля, теорії рядів у інженерних розрахунках.

Мета курсу – сформувати у студентів знання, вміння і навички, необхідні для засвоєння професійно орієнтованих дисциплін та дати необхідну базову математичну підготовку для дослідження спеціалізованих проблем приладобудування, розроблення, вдосконалення та експлуатації існуючих систем автоматизації з застосуванням сучасних програмно-технічних засобів та інформаційних технологій, опанування теоретичними основами досліджень об'єктів автоматизації та інше.

Викладання математики передбачає:

- розвиток логічного і алгоритмічного мислення;
- оволодіння основними методами дослідження та розв'язання математичних задач;
- оволодіння основними чисельними методами математики;
- вміння самостійно застосовувати математичні знання та проводити математичний аналіз прикладних інженерних задач.

Завдання вивчення дисципліни є формування компетентностей (ЗК– загальних, ФК – фахових (спеціальних, предметних)):

### **Загальні компетентності (ЗК)**

ЗК01. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях

ЗК04. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій

### **Фахові компетентності (ФК)**

ФК 1. Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації.

ФК 3. Здатність виконувати аналіз об'єктів автоматизації на основі знань про процеси, що в них відбуваються та застосовувати методи теорії автоматичного керування для дослідження, аналізу та синтезу систем автоматичного керування.

ФК 4. Здатність застосовувати методи системного аналізу, математичного моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій

**Програмні результати навчання** (згідно з матрицею забезпечення програмних результатів навчання відповідними компонентами освітньої програми).

ПРН 1. Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію функції комплексної змінної, теорію ймовірностей та математичну статистику, теорію випадкових процесів в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації..

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Викладається в 3-му семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти, знань, отриманих при вивченні дисципліни «Вища математика 1. Аналітична геометрія та лінійна алгебра» та «Вища математика 2. Диференційне числення».

Методи та методики, розглянуті при вивченні модуля використовуються у наступних курсах природничого та інженерного спрямування, де застосовуються підходи математичного моделювання. Наприклад, інтегральне числення функції кількох змінних, елементи теорії поля та розв'язування задач теорії рядів використовуються в таких дисциплінах, як Фізика, Хімія, у Спеціальних питаннях вищої математики, у Теорії електричних сигналів і кіл та в інших.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

### **Тема 1. Ряди.**

Числові ряди. Функціональні ряди. Степеневі ряди, ряди Тейлора. Ряди Фур'є. Застосування рядів та деякі спеціальні функції.

### **Тема 2. Інтегральне числення функції багатьох змінних.**

Подвійні інтеграли. Потрійні інтеграли, застосування кратних інтегралів. Криволінійні інтеграли 1-го та 2-го родів. Поверхневі інтеграли 1-го та 2-го родів, застосування криволінійних та поверхневих інтегралів.

### **Тема 3. Елементи теорії поля.**

Скалярне поле. Похідна за напрямом. Градієнт. Векторне поле. Потік, циркуляція, дивергенція, ротор векторного поля. Оператор Гамільтона. Застосування елементів теорії поля.

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Основна література**

1. Вища математика. Елементи теорії поля і теорія рядів. Розрахункова робота [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 186 «Видавництво та поліграфія» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: О. І. Кушлик-Дивульська, Н. В. Поліщук. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,27 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 110 с.
2. Дубовик В. П. Вища математика / В. П. Дубовик, І. І. Юрик – К.: Вища шк., 2013. – 648 с.

3. Кузьма О. В., Яцюк В. Т. Кратні, криволінійні, поверхневі інтеграли. Основи теорії поля: навчально-методичний посібник / О. В. Кузьма, В. Т. Яцюк – К.: НТУУ «КПІ», 2016. – 113 с. /Електронне видання, затверджене Радою ФМФ 24.06.16, протокол № 6. – Електронний ресурс, об'єм файла 1,20 Мб; доступ: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/16675>.
4. Кузьма О. В., Яцюк В. Т. Застосування деяких спеціальних функцій при викладанні курсу вищої математики/Альманах науки. - 2019, № 27 (6) - С. 23-29.
5. Методи розв'язування задач математичної фізики : навч. посіб. Для інженер, спец. / Г. В. Журавська, О. Б. Качаєнко, О. В. Кузьма та ін. - К.: НТУУ «КПІ», 2015. - 228 с.

#### Додаткова література

6. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.
7. Методичні вказівки і завдання до лабораторних робіт з курсу вищої математики з використанням ПЕОМ для студентів усіх спеціальностей / Укл. О.В.Кузьма, А.О.Туцаков. - К.: КПІ, 1992. - 56 с.
8. Методичні вказівки до організації самостійної роботи з теми «Невласні інтеграли. Гама- і бета-функції»/ уклад. Т. Н. Бартновська, О. В. Кузьма, В. І. Стогній, О. В. Шпакович. – К.: КПІ, 1992. – 40 с.
9. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз: приклади і задачі: навч. посіб. / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 240 с.
10. Оклі Б. Навчитися вчитися. – К., Наш формат, 2019. – 278 с.

### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

На лекційних заняттях – Лекція (електронний варіант), пояснення, проблемні завдання

#### Перелік лекцій

##### *Лекція 1.*

Поняття числового ряду, частинні суми. Збіжність і розбіжність числових рядів.  
 Необхідна умова збіжності числового ряду. Деякі достатні ознаки збіжності рядів з додатними членами: ознака порівняння, ознака порівняння в граничній формі.  
 Інтегральна ознака Коші збіжності ряду.  
 Знакопереміжні, з членами, знаки у яких чергуються, числові ряди.  
 Ознака Даламбера. Радикальна ознака Коші.  
 Знакопереміжні числові ряди. Абсолютна і умовна збіжність. Теорема Лейбніца.  
 Функціональні ряди. Области збіжності та розбіжності функціональних рядів.  
 Рівномірна збіжність функціональних рядів. Критерій Коші рівномірної збіжності ряду.  
 Ознака рівномірної збіжності Вейерштрасса.  
 Властивості рівномірно збіжних функціональних рядів: неперервність, диференціювання і інтегрування.

##### *Лекція 2.*

Інтервал збіжності степеневого ряду. Теорема Абеля. Радіус збіжності степеневого ряду.  
 Диференціювання і інтегрування степеневих рядів.  
 Ряди Тейлора та Маклорена. Основні поняття.  
 Критерій збіжності ряду Тейлора.  
 Біноміальний ряд. Розкладання в ряд Маклорена елементарних функцій:  $y = e^x$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ ;  $y = \ln(1 + x)$ ;  $y = \arctg x$  та інших. Застосування степеневих рядів, поняття про деякі спеціальні функції,  $J_n(x)$ ,  $P_n(x)$ ,  $Si(x)$ . Наближене обчислення інтегралів та диференціальних рівнянь, поняття про спеціальні функції.  
 Ряди Фур'є. Тригонометричні ряди. Властивості тригонометричних рядів Ряди Фур'є. Теорема Діріхле про достатню умову розкладання функції з періодом  $2\pi$ .

Тригонометричні ряди Фур'є для функцій будь-якого періоду  $2l$ . Ряди Фур'є для парних і непарних функцій з періодом  $2l$ . Комплексна форма ряду Фур'є. Інтеграл та перетворення Фур'є.

### **Лекція 3.**

Умови існування подвійного інтеграла. Критерій інтегровності.

Заміна змінних у подвійному інтегралі. Подвійний інтеграл у полярних координатах та узагальнених полярних координатах. Обчислення площі плоскої фігури. Обчислення об'єму тіла. Обчислення площі поверхні. Застосування подвійних інтегралів до задач механіки.

Означення потрійного інтеграла, властивості.

Обчислення потрійних інтегралів. Заміна змінних в потрійному інтегралі. Потрійний інтеграл у циліндричних, сферичних і узагальнених сферичних координатах. Обчислення об'єму тіла. Застосування потрійного інтеграла до задач механіки.

Означення криволінійного інтегралу 1-го роду,

обчислення криволінійного інтегралу. Означення криволінійного інтегралу 2-го роду. Основні властивості. Зв'язок між криволінійними інтегралами 1-го та 2-го роду.

Формула Гріна. Інтегрування повних диференціалів при обчисленні криволінійних інтегралів 2-го роду.

Означення поверхневого інтегралу 1-го роду. Застосування поверхневих інтегралів 1-го роду до задач геометрії та механіки. Означення поверхневих інтегралів 2-го роду та їх властивості.

Зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го та 2-го роду. Формула Гаусса-Остроградського. Формула Стокса. Скалярне поле. Похідна за напрямом. Градієнт та його властивості.

Векторне поле. Векторні лінії. Потік векторного поля через поверхню та його обчислення різними методами. Дивергенція векторного поля. Формула Гаусса-Остроградського у векторному вигляді. Циркуляція векторного поля. Ротор векторного поля. Формула Стокса у векторному вигляді. Спеціальні поля: потенціальне, соленоїдальне, гармонічне. Оператори Гамільтона, Лапласа.

## **Перелік практичних занять**

### **Практичне заняття 1.**

Необхідна та деякі достатні ознаки збіжності знакосталих, числових рядів із додатними членами. Задачі на дослідження збіжності рядів.

Достатні ознаки збіжності рядів із додатними членами, закінчення. Дослідження на збіжність числових рядів зі сталими знаками членів, закінчення.

Знакопереміжні числові ряди. Дослідження на умовну та абсолютну збіжність.

Функціональні ряди, простіші задачі на знаходження області збіжності. Теорема Вейерштрасса про рівномірну та абсолютну збіжність. Дослідження функціонального ряду на рівномірну збіжність.

### **Практичне заняття 2.**

Знаходження області збіжності степеневих рядів. Застосування степеневих рядів. Розкладання елементарних функцій у ряди Тейлора, Маклорена.

Застосування при наближених обчисленнях значень функцій, інтегралів. Знаходження розв'язку диференціальних рівнянь. Поняття про деякі спеціальні функції, що представляються у вигляді рядів.

Розкладання функції у ряд Фур'є на інтервалі  $[-\pi, \pi]$ .

Розкладання у ряд Фур'є періодичних функцій із довільним періодом  $2l$ . Підготовка до виконання ДКР 1.

### **Практичне заняття 3.**

Обчислення подвійних інтегралів. Заміна порядку, область у полярній системі. Задачі на застосування подвійних інтегралів.

Обчислення потрійного інтегралу. Заміна змінних у потрійному інтегралі: обчислення в циліндричній та сферичній системах координат. Застосування потрійних інтегралів, задачі на визначення геометричних та фізичних параметрів деяких просторових тіл та областей

Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду. Застосування криволінійних інтегралів 1-го роду. Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду. Незалежність криволінійного інтеграла 2-го роду від форми шляху інтегрування. Застосування криволінійних інтегралів 2-го роду.

#### **Практичне заняття 4.**

Обчислення поверхневих інтегралів 1-го роду. Обчислення поверхневих інтегралів 2-го роду. Зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го та 2-го родів. Застосування поверхневих інтегралів 1-го та 2-го родів. Площини та маси поверхонь. Потоки через поверхні. Елементи теорії поля: знаходження похідної за напрямком та градієнта скалярного поля.

Обчислення потоку векторного поля через поверхню. Застосування теорем Гауса-Остроградського, Стокса.

Поняття про векторні та скалярні поля. Оператори полів. Обчислення циркуляції, дивергенції, ротора векторного поля. Перевірка поля на потенціальність. Підготовка до виконання ДКР 2.

- Пояснення: завдання до виконання на практичних заняттях (задачі) вибираються згідно до вказаного списку основної літератури.

### **6. Самостійна робота студента**

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу з використанням вказаної літератури., підготовка до аудиторних занять, підсумкової атестації (екзамену), виконання домашніх контрольних робіт ДКР 1, 2 «Ряди», «Кратні, криволінійні, поверхневі інтеграли та елементи теорії поля».

## **Політика та контроль**

### **7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

Кодекс честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3) встановлює загальні моральні принципи та правила етичної поведінки студентів, що навчаються в університеті, якими вони мають керуватись у своїй діяльності.

*Норми етичної поведінки.* Всі учасники освітнього процесу в університеті повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, нормативних документів Університету, загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності; підвищувати престиж університету досягненнями в навчанні та науково-дослідницькій діяльності; дбайливо ставитися до університетського майна.

*Академічна доброчесність.* Роботи студентів повинні бути їх власними розв'язуваннями, доведенням, оригінальними дослідженнями. При використанні чужих ідей і тверджень у власних роботах обов'язково посилання на використані джерела інформації. Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються недозволеними засобами, самостійно виконують навчальні завдання, завдання поточного та підсумкового контролю результатів навчання. Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але отримані відповіді кожен студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час екзамену категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності

**Відвідування занять (деякі особливості у період військового стану).** Студенти відвідують усі (при можливості) практичні заняття курсу, не зважаючи, яку форму мають заняття, очну, дистанційну. Також бажано відвідування лекцій, консультацій. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття (до або після, пояснивши відсутність та з'ясувавши питання відпрацювання). Наприклад, у випадку **планового чи аварійного відключення електрики, повітряної тривоги (ПТ)...** Викладач повинен дотримуватися умов безпеки при ПТ, спонукати до цього слухачів.

Студенти дотримуються термінів виконання усіх видів робіт, передбачених робочою програмою курсу ( з урахуванням **форс-мажорних факторів, частково перерахованих вище**). За активність на практичних заняттях призначаються заохочувальні бали.

**Поведінка в аудиторіях університету.** Впродовж практичних занять студенти дотримуються діючих правил охорони праці, безпеки життєдіяльності (враховуючи **особливості у період військового стану**).

**Перескладання екзамену** відбувається у встановлений деканатом термін.

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

**Поточний контроль:** експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання домашніх контрольних робіт (ДКР 1, 2), їх захист.

**Семестровий контроль:** екзамен.

Умови допуску до семестрового контролю: зарахування ДКР, семестровий рейтинг не менше 36 балів.

### **Поточний контроль (максимальна оцінка стартових рейтингових балів – 50):**

- опитування на практичних заняттях;
- виконання та захист індивідуальних домашніх контрольних робіт (ДКР1, ДРК2) за темами «Ряди», «Кратні, криволінійні, поверхневі інтеграли та елементи теорії поля».

Таблиця відповідності рейтингових балів видам поточного контролю.

<i>Вид поточного контролю</i>	<i>Максимально можлива кількість балів</i>
Захист ДКР 1, 2	4 балів
ДКР1	25 балів
ДРК2	21 балів

**Семестровий контроль:** екзамен (максимальна оцінка – 50 балів).

Екзаменаційна робота складається з двох теоретичних питань та трьох практичних завдань. Кількість балів, які студент може отримати за висвітлення теоретичного питання або розв'язання практичного завдання:

– якщо дано повну відповідь на теоретичне питання або правильно розв'язане практичне завдання – 10 балів;

– якщо у відповіді на теоретичне питання або при розв'язуванні практичного завдання допущені неprincipпові помилки – 7-9 балів;

– якщо дано неповну відповідь на теоретичне питання або при розв'язуванні практичного завдання допущені помилки – 1-6 бали;

– якщо не дано відповідь на теоретичне питання або не виконано практичне завдання – 0 балів.

**Рейтинг студента** із засвоєння кредитного модуля визначається за 100-бальною шкалою та складається з балів, які студент отримує за всі види робіт поточного контролю (50 балів) та балів, отриманих при складанні екзамену (50 балів).

У **особливі періоди навчання** за рішенням кафедри можуть застосовуватися альтернативні форми семестрового контролю. Наприклад, **перерахунок стартових балів R старт.** у R *рейт.* за **нижче** приведеною формулою (1), при множенні на коефіцієнт  $k=20/7$  та виконанні інших дій:

$$R_{\text{рейт.}} = k * (R_{\text{старт.}} - 15) \quad (1)$$

При цьому 36 балів (за згодою студента) може перераховуватися у оцінку «Достатньо» (60 рейтингових балів R *рейт.*), а 50 стартових – у оцінку «Відмінно» (100 рейтингових балів). Проміжні між ними значення з таблиці відповідності рейтингових балів також знаходяться за формулою (1).

**Умови допуску до семестрового контролю:** мінімально позитивна оцінка (зараховано) за модульну контрольну роботу, індивідуальні домашні завдання, розрахункову роботу. Семестровий рейтинг складає не менше 36 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

## 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

### Перелік питань, які виносяться на семестровий контроль

- Числові ряди. Сума числового ряду. Збіжність і розбіжність числового ряду.
- Властивості збіжних числових рядів.
- Необхідна ознака збіжності числового ряду.
- Гармонічний ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ .
- Достатні ознаки збіжності рядів з додатними членами: перша, друга ознаки порівняння; - ознака Даламбера; радикальна ознака Коші; інтегральна ознака Коші; збіжність узагальненого гармонічного ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ .
- Знакопереміжні числові ряди. Теорема Лейбніца. Абсолютна та умовна збіжність.
- Функціональні ряди. Ознака рівномірної збіжності Вейерштрасса.
- Степеневі ряди. Теорема Абеля.
- Інтервал збіжності степеневого ряду. Обчислення радіуса збіжності степеневого ряду.
- Інтегрування і диференціювання степеневих рядів.
- Ряди Тейлора і Макларена. Біноміальний ряд. Розкладання в ряд Макларена елементарних функцій:  

$$y = e^x; y = \sin x; y = \cos x; y = \ln(1 + x); y = \arctg x$$
- Поняття про деякі спеціальні функції.
- Тригонометричні ряди. Ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є.
- Теорема Діріхле про достатню умову розкладання функції з періодом  $2\pi$  у ряд Фур'є.
- Ряд Фур'є для парних і непарних періодичних функцій з періодом  $2\pi$ .
- Ряд Фур'є для функцій з періодом  $2l$ . Ряд Фур'є для парних і непарних функцій з періодом  $2l$ .
- Розкладання в ряд Фур'є за косинусами, за синусами ф-ції, заданої на  $[0;l]$ .
- Комплексна форма ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є.
- Означення подвійного інтеграла. Теорема існування подвійних інтегралів. Геометричний зміст.
- Обчислення подвійних інтегралів. Заміна порядку інтегрування.
- Властивості подвійних інтегралів.
- Заміна змінних в подвійному інтегралі. Подвійний інтеграл в полярних координатах.
- Застосування подвійних інтегралів:
  - площа плоскої фігури;
  - об'єм тіла;

- площа поверхні;
  - маса пластини, центр маси пластини, статичні моменти, моменти інерції пластини.
25. Означення потрійного інтеграла. Теорема існування потрійних інтегралів.
26. Обчислення потрійних інтегралів.
27. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Потрійний інтеграл у циліндричних, сферичних та узагальнених сферичних координатах.
28. Застосування потрійних інтегралів:
- обчислення об'єму тіла;
  - маса тіла, моменти інерції тіла відносно координатних осей, моменти інерції тіла відносно координатних площин, статичні моменти інерції тіла відносно координатних площин, координати центра маси тіла.
29. Означення криволінійного інтеграла 1-го роду (по довжині дуги).
30. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду. Крива АВ задана:
- параметричними рівняннями  $x = x(t); y = y(t); t \in [c; d]$ ;
  - рівнянням  $y = f(x), x \in [a; b]$  (у декартових координатах);
  - рівнянням  $\rho = \rho(\varphi), \varphi \in [\alpha; \beta]$  (у полярних координатах).
31. Застосування криволінійних інтегралів 1-го роду: площа поверхні, довжина дуги кривої, маса кривої, статичні моменти кривої відносно координатних осей, моменти інерції кривої відносно координатних осей, координати центра маси кривої.
32. Означення криволінійного інтеграла 2-го роду (за координатами точок кривої).
33. Основні властивості криволінійних інтегралів 2-го роду.
34. Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду:
- крива АВ задана параметричними рівняннями  $x = x(t); y = y(t); t \in [c; d]$ ;
  - крива АВ задана рівнянням у Декартових координатах:  $y = f(x), x \in [a; b]$ .
35. Формула Гріна.
36. Умови незалежності криволінійних інтегралів 2-го роду від шляху інтегрування.
37. Застосування криволінійних інтегралів 2-го роду : обчислення площі плоскої фігури.
38. Обчислення роботи плоскої сили вздовж кривої АВ за допомогою криволінійного інтеграла 2-го роду.
39. Поверхневі інтеграли 1-го роду. Застосування поверхневих інтегралів 1-го роду:
- маса поверхні;
  - статичні моменти поверхні відносно координатних площин;
  - координати центра маси поверхні;
  - моменти інерції поверхонь відносно координатних осей.
40. Поверхневі інтеграли 2-го роду. Зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го та 2-го роду. Формула Гаусса-Остроградського. Формула Стокса.
41. Елементи теорії поля. Скалярне поле. Похідна за напрямом. Градієнт та його властивості.
42. Векторне поле. Векторні лінії. Потік векторного поля через поверхню.
43. Формула Остроградського-Гаусса у теорії поля. Дивергенція векторного поля.
44. Циркуляція векторного поля. Ротор векторного поля. Формула Стокса через оператори теорії поля.
45. Спеціальні поля: потенціальне, соленоїдальне, гармонічне. Вираження операторів теорії поля через оператор Гамільтона. Оператор Лапласа.

### **Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено** доцентом кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук, Кузьмою Олександром Всеволодовичем.

**Ухвалено** кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 9 від 07.07. 2022р.)

**Погоджено** Методичною комісією ПБФ (протокол № 7/22 від 07.07.2022р.)